

**КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. аль-Фараби**  
**Факультет механико-математический**  
**Кафедра механики**

Утверждено  
на заседании Ученого совета факультета  
Протокол № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.  
Декан факультета  
\_\_\_\_\_ **Кыдырбекулы А.Б.**

**СИЛЛАБУС**

**Модуль 5, Основы механики машин и численные методы**  
**СнММ 3305, Вычислительная механика**

3 курс, р/о, 6 семестр (весенний), 3 кредита, специальность «5В060300– Механика», курс по выбору

**Лектор:**

Беляев Ержан Келесович, PhD кафедры механики, специалист в области механики жидкости и газа.  
Телефон: 8 (727) 377-31-93, 8 (777) 138-09-67  
e-mail: [Yerzhan.Belyaev@kaznu.kz](mailto:Yerzhan.Belyaev@kaznu.kz)  
каб.: 102

**Преподаватель по лабораторным занятием:**

Колдас Асетжан Бактыханулы, магистр кафедры механики, специалист в области механики жидкости и газа.  
Телефон: 8 (727) 377-31-93, 8 (707) 257-13-43  
e-mail: [koldas.aset@gmail.com](mailto:koldas.aset@gmail.com)  
каб.: 108

Данная программа курса регламентирует занятия в форме лекций. Практическое закрепление материала осуществляется в рамках лабораторных занятий и СРСП в соответствии с расписанием и данной программой. Задания на самостоятельную работу СРС выдает лектор курса, прием самостоятельной работы осуществляется также лектором курса в установленные сроки. Рубежные задания принимает преподаватель практических занятий.

**Цели и задачи дисциплины:**

**Цели:** преподавать студентам основные вычислительные методы в механике, научить их выводить основные уравнения и ознакомить с основополагающими аксиомами, гипотезами и современными подходами в моделировании задач механики. Целью дисциплины является ознакомить студентов с основными численными процедурами и методами и научить применять эти методы при расчетах. В результате изучения курса студенты должны: а) знать основные вычислительные модели и методы; б) знать принципы построения таких моделей и методов; в) приобрести навыки исследования задач механики.

**Задачи:** обучить студентов строить математические модели и привить навыки решения различных задач механики. В современном мире вычислительные методы стали неотъемлемой частью во многих отраслях науки и техники, в частности, в задачах механики. Так как многие дифференциальные уравнения, описывающие тот или иной физический процесс, являются нелинейными, для их решения в основном используются численные методы анализа. Однако, при этом, требуется, прежде всего построить надежную математическую модель, пригодную для проведения расчетов основных характеристик данного физического процесса. Ознакомление студентов с методами и моделями такого рода поэтому является первоочередной задачей настоящего курса. В рамках данного курса студенты ознакомятся с основными численными методами и вычислительными инструментами, применительно к задачам механики.

**Компетенции (результаты обучения):**

- Общие компетенции:

инструментальные: умение оценивать методологические подходы, осуществлять их критический анализ и при необходимости предлагать новые гипотезы;

межличностные: умение самостоятельно развивать и углублять свои знания и приобретать новые навыки на высоком профессиональном уровне; знание иностранного языка в объеме достаточном для свободного общения на произвольные темы;

системные: умение самостоятельно планировать этапы решения профессиональных задач и реализовывать их в срок; демонстрировать самостоятельность и оригинальный подход при решении проблем, умение обосновывать и принимать решения.

- Предметные компетенции: обладание глубокими системными знаниями в области вычислительной механики, знание современных вычислительных инструментов (Maple, MatLab, Fortran, C++ и др.); знание методов создания и использования математических моделей для описания и прогнозирования различных физических процессов.

**Пререквизиты:**

- математический анализ;
- дифференциальные уравнения;
- уравнения математической физики;
- теоретическая механика;
- механика сплошной среды;
- основы тепло и массопереноса;
- численные методы;
- программирование на алгоритмическом языке: Fortran, C++;
- пакеты прикладных программ: Maple, MatLab.

**Постреквизиты:**

- Вычислительная механика, Maple, C++.

**СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Неделя	Название темы	Кол-во часов	Максимальный балл
<b>Модуль №1 - Некоторые сведения из вычислительной механики</b>			
1	Лекция 1-2. Способы решения нелинейных уравнений и систем уравнений. Метод простой итерации. Метод деления пополам (дихотомия). Метод Ньютона. Численное интегрирование и дифференцирование. Формула трапеций. Формула Симпсона. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Методы Якоби и Зейделя. Метод Рундсона. Метод верхней релаксации. Исследование сходимости итерационных методов.	2	-
	Лабораторное занятие 1. Алгоритмы численной реализации решение нелинейных уравнений и систем уравнений. Метод простой итерации. Метод Ньютона.	2	-
	СРС(П) 1. Консультация по заданиям СРС 1.	1	-
2	Лекция 3-4. Задачи механики, сводящиеся к уравнениям параболического, гиперболического, эллиптического или смешанного типа. Уравнение теплопроводности (или диффузии), волновое уравнение (уравнение переноса) и уравнение Гельмгольца. Уравнения переноса. Уравнение Лапласа. Постановка начально-краевых условий. Корректно поставленные задачи. Трудности аналитического решения задач механики.	2	-
	Лабораторное занятие 2. Численная реализация формул трапеций и Симпсона. Численное исследование точности формул. Сравнение численных решений с аналитическими решениями уравнений.	2	7
	СРС(П) 2. Консультация по темам лекции.	1	-
<b>Модуль №2 – Конечно-разностные схемы</b>			
3	Лекция 5-6. Приближенный метод решения задач механики - метод конечных разностей. Сетки, сеточные функции. Аппроксимация производных конечно-разностными операторами. Элементарные разностные операторы. Различные методы построения конечно-разностных схем.	2	-
	Лабораторное занятие 3. Численная реализация прямых методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.	2	7
	СРС(П) 3. Консультация по заданиям СРС 1.	1	-
4	Лекция 7-8. Понятие устойчивости и сходимости схемы. Исследование устойчивости схем Эйлера методом фон Неймана. Первое дифференциальное приближение (ПДП или модифицированное уравнение) схем Эйлера. Исследование свойств схем с помощью ПДП.	2	-
	Лабораторное занятие 4. Численная реализация итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы Якоби и Зейделя. Метод простой итерации. Метод Рундсона. Численное исследование сходимости итерационных методов.	2	7
	СРС(П) 4. Прием СРС 1.	1	18
5	Лекция 9-10. Методы решения уравнения переноса и диффузии явными методами: схемы ВВЦП, РПП. Исследование свойств (устойчивости, точности, монотонности и др. свойств) схем. Метод построения конечно-разностной схемы – метод контрольного объема. Исследование устойчивости схем РПП методом фон Неймана. Устойчивость схемы	2	-

	ВВЦП для уравнения теплопроводности в подвижной среде		
	Лабораторное занятие 5. Численная реализация решения уравнения переноса и диффузии явными методами: схемы ВВЦП, РПП.	2	7
	СРС(П) 5. Консультация по темам лекции.	1	-
6	Лекция 11-12. Понятие консервативности и монотонности схем. Схемы Лакса, Лакса-Вендроффа, «чехарда», Мак-Кормака для уравнения переноса. Схема Эйлера, центрированная по времени. Аппроксимация, устойчивость, другие свойства. Алгоритм реализации.	2	-
	Лабораторное занятие 6. Численная реализация решения уравнения переноса. Схемы Лакса, «чехарда». Схема Эйлера, центрированная по времени. Численное исследование свойств схем.	2	7
	СРС(П) 6. <b>Коллоквиум</b>	1	20
<b>Модуль № 3 - Неявные схемы</b>			
7	Лекция 13-14. Неявные схемы для одномерных уравнений переноса и/или диффузии. Неявная схема Кранка-Николсона. Аппроксимация, устойчивость и другие свойства. Алгоритм реализации.	2	-
	Лабораторное занятие 7. Численная реализация решения одномерных уравнений переноса и/или диффузии неявными схемами. Неявная схема Кранка-Николсона. Численное исследование свойств схем.	2	7
	СРС(П) 7. <b>Контрольная работа.</b>	1	20
	<b>1 Рубежный контроль</b>		<b>100</b>
8	<b>Midterm exam</b>		<b>100</b>
8	Лекция 15-16. Неявные разностные схемы для двумерных уравнений переноса и диффузии. Методы расщепления. Схема Кранка-Николсона. Алгоритм реализации. Метод переменных направлений.	2	-
	Лабораторное занятие 8. Численная реализация решения двумерных уравнений переноса и диффузии неявными разностными схемами. Методы расщепления. Схема Кранка-Николсона.	2	7
	СРС(П) 8. Консультация по темам лекции.	1	-
9	Лекция 17-18. Метод дробных шагов. Метод «классики». Алгоритм реализации. Схемы для трехмерных уравнений переноса и диффузии. Неявные схемы. Схема стабилизирующей поправки.	2	-
	Лабораторное занятие 9. Метод дробных шагов. Метод «классики». Схемы для трехмерных уравнений переноса и диффузии. Неявные схемы.	2	7
	СРС(П) 9. Консультация по заданиям СРС 2.	1	-
<b>Модуль № 4 - Численные методы для решения эллиптических уравнений</b>			
10	Лекция 19-20. Задачи механики сплошной среды, сводящиеся к уравнениям эллиптического типа. Постановка краевых условий. Численные методы решения эллиптических уравнений – прямые и итерационные методы. Итерационные методы решения эллиптических уравнений. Метод Рундсона.	2	-
	Лабораторное занятие 10. Численная реализация решения эллиптических уравнений – прямые и итерационные методы. Метод верхней релаксации.	2	7
	СРС(П) 10. <b>Прием СРС 2.</b>	1	24
11	Лекция 21-22. Метод Либмана (Гаусса-Зейделя). Условия сходимости итераций. Алгоритм реализации. Метод верхней релаксации. Неявные методы решения эллиптических уравнений. Метод переменных направлений. Алгоритмы реализаций.	2	-
	Лабораторное занятие 11. Численная реализация решения эллиптических уравнений – прямые и итерационные методы. Метод Либмана (Гаусса-Зейделя). Неявные методы решения эллиптических уравнений. Метод переменных направлений.	2	7
	СРС(П) 11. Консультация по темам лекции.	1	-
<b>Модуль № 5 - Численные методы для решения нелинейных задач механики</b>			
12	Лекция 23-24. Методы численного решения нелинейных задач механики. Задачи механики сплошной среды, сводящиеся к уравнениям типа Бюргерса. Метод ВВЦП для уравнения Бюргерса. Схема «чехарда» Дюфорга-Франкеля.	2	-
	Лабораторное занятие 12. Численная реализация решения нелинейных задач механики (уравнения типа Бюргерса). Метод ВВЦП для уравнения	2	7

	Бюргерса. Схема «чехарда» Дюфорта-Франкеля. СРС(П) 12. Консультация по темам лекции.	1	-
13	Лекция 25-26. Схема Лакс-Вендроффа для уравнения Бюргерса, схема Мак-Кормака.	2	-
	Лабораторное занятие 13. Численная реализация решения уравнения Бюргерса схемами Лакса-Вендроффа и Мак-Кормака.	2	7
	СРС(П) 13. <b>Коллоквиум.</b>	1	20
14	Лекция 27-28. Особенности численного решения задач на неоднородных сетках. Попеременно-треугольный метод для решения эллиптического уравнения. Метод циклической редукции. Двухшаговые методы решения уравнения Бюргерса. Метод Лакса для решения уравнения Бюргерса.	2	-
	Лабораторное занятие 14. Применение неоднородных сеток при решении задач механики. Алгоритм и численные реализации.	2	7
	СРС(П) 14. Консультация по темам лекции.	1	-
15	Лекция 29-30. Реализация начальных и граничных условий. Стратегия и тактика численного решения задач МСС. Заключительные замечания. Сравнение свойств различных схем.	2	-
	Лабораторное занятие 15. Численная реализация начальных и граничных условий разного типа. Сравнение свойств различных схем.	2	7
	СРС(П) 15. Консультация по темам лекции.	1	-
	<b>2 Рубежный контроль</b>		<b>100</b>
	<b>Экзамен</b>		<b>100</b>
	<b>ВСЕГО</b>		<b>100</b>

$$\text{Итоговая оценка по дисциплине} = \frac{PK1 + PK2}{2} \cdot 0,6 + 0,1MT + 0,3ИК$$

Здесь PK1, PK2 – оценки рубежного контроля (сумма оценок текущего контроля), MT – оценка за MidtermExam; ИК – оценка итогового контроля (экзамен во время сессии). Итоговая оценка по дисциплине рассчитывается и округляется в системе «Универ» автоматически.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

#### Основная:

1. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale Numerical Methods for Engineers // 6<sup>th</sup> Edition, McGrawHill Higher Education, ISBN 978-0-07-340106-5, P. 994.
2. Самарский. Теория разностных схем. Наука. 1980г.
3. Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 1-2, Москва «Мир» 1990. – 726 с.
4. К. Флетчер Вычислительные методы в динамике жидкостей. Том 1-2, Москва «Мир» 1991. Том 1 – 502 с., Том 2 – 552 с.
5. П. Роуч Вычислительная гидродинамика. Москва «Мир» 1980, 616 с.
6. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука. 1980г.

#### Дополнительная:

1. Роже Пейре, Томас Д. Тейлор. Вычислительные методы в задачах механики жидкости.//Ленинград, 1986г, 350 стр.
2. Хейгеман Л., Янг Д. Прикладные итерационные методы. Мир. 1996г, 446 с.
3. T. J. Chung Computational Fluid Dynamics. Cambridge University Press, 2002, p. 1012

### АКАДЕМИЧЕСКАЯ ПОЛИТИКА КУРСА

Все виды работ необходимо выполнять и защищать в указанные сроки. Студенты, не сдавшие очередное задание или получившие за его выполнение менее 50% баллов, имеют возможность отработать указанное задание по дополнительному графику. Студенты, пропустившие лабораторные занятия по уважительной причине, отрабатывают их в дополнительное время в присутствии лаборанта, после допуска преподавателя. Студенты, не выполнившие все виды работ, к экзамену не допускаются. Кроме того, при оценке учитывается активность и посещаемость студентов во время занятий.

Будьте толерантны, уважайте чужое мнение. Возражения формулируйте в корректной форме. Плагиат и другие формы нечестной работы недопустимы. Недопустимы подкашивание и списывание во время сдачи СРС, промежуточного контроля и финального экзамена, копирование решенных задач другими лицами, сдача экзамена за другого студента. Студент, уличенный в фальсификации любой информации курса, несанкционированном доступе в Интранет, использовании шпаргалками, получит итоговую оценку «F».

За консультациями по выполнению самостоятельных работ (СРС), их сдачей и защитой, а также за дополнительной информацией по пройденному материалу и всеми другими возникающими вопросами по читаемому курсу обращайтесь к преподавателю в период его офис-часов.

Оценка по буквенной системе	Цифровой эквивалент баллов	%-ное содержание	Оценка по традиционной системе
A	4,0	95-100	Отлично
A-	3,67	90-94	
B+	3,33	85-89	Хорошо
B	3,0	80-84	
B-	2,67	75-79	
C+	2,33	70-74	Удовлетворительно
C	2,0	65-69	
C-	1,67	60-64	
D+	1,33	55-59	
D-	1,0	50-54	
F	0	0-49	Неудовлетворительно
I (Incomplete)	-	-	«Дисциплина не завершена» (не учитывается при вычислении GPA)
P (Pass)	-	-	«Зачтено» (не учитывается при вычислении GPA)
NP (No Pass)	-	-	«Не зачтено» (не учитывается при вычислении GPA)
W (Withdrawal)	-	-	«Отказ от дисциплины» (не учитывается при вычислении GPA)
AW (Academic Withdrawal)			Снятие с дисциплины по академическим причинам (не учитывается при вычислении GPA)
AU (Audit)	-	-	«Дисциплина прослушана» (не учитывается при вычислении GPA)
Атт.		30-60 50-100	Аттестован
Не атт.		0-29 0-49	Не аттестован
R (Retake)	-	-	Повторное изучение дисциплины

*Рассмотрено на заседании кафедры  
протокол № \_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ г.*

**Зав.кафедрой**

**Калтаев А.**

**Лектор**

**Беляев Е. К.**

#### СРС 1

1. Метод деления пополам (дихотомия).
2. Кратные корни.
3. Численное интегрирование и дифференцирование.
4. Метод Гаусса с выбором главного элемента.
5. Метод верхней релаксации.

#### СРС 2

1. Численное исследование свойств (устойчивости, точности, монотонности и др. свойств) схем.
2. Схема Мак-Кормака для уравнения переноса.
3. Метод переменных направлений.
4. Схема стабилизирующей поправки.
5. Схема Лакса-Вендроффа.